

marnes de Varangéville ont été étudiées d'un point de vue géomécanique par Vouille (1986) qui a mis en œuvre différents essais. Le prélèvement des échantillons était déjà difficile, et les résultats des essais étaient dispersés, de sorte que la définition d'un critère de résistance à court terme n'était pas aisée. Pour les marnes sèches et peu profondes (c'est-à-dire prélevées dans le mur immédiat) Vouille (1986) propose un critère de Tresca  $C = 2 \text{ MPa}$ ,  $\varphi = 0^\circ$  tout en considérant ces valeurs comme très pessimistes (plusieurs techniques de détermination ont été utilisées, et certaines conduisent à proposer un critère de Mohr-Coulomb). Des éprouvettes étaient soumises à une charge constante modérée (de 2 à 6 MPa) puis mises en contact après quelques jours avec de la saumure saturée : la rupture survenait après quelques jours, ou même immédiatement. Plus récemment Boidin (2007) a réalisé sur des marnes de la même formation géologique des essais qui suggèrent fortement que c'est l'hydratation des particules d'anhydrite disséminées au sein des marnes – un mécanisme déjà proposé par Braconnier il y a 130 ans – qui explique la dégradation des matériaux, plutôt que le gonflement des smectites de la phase argileuse, mécanisme qui est inhibé en présence de saumure saturée.

7.3.3

### Infiltration de l'eau dans le mur de la mine

Il est difficile d'évaluer l'étendue que la zone dégradée par l'action de l'eau au mur de la mine avait atteinte à la veille de l'accident de 1873. Depuis l'accident on n'utilise plus d'eau dans la mine, de sorte qu'on manque de données et d'observations. Néanmoins il est certain que, par endroits, l'eau pouvait pénétrer profondément dans le mur, sous la couche supérieure dure anhydritique, jusqu'aux marnes brun-chocolat qui sont moins dures et particulièrement sensibles à l'action de la saumure.

« Une autre circonstance a facilité l'amollissement de cette marne. En raison de l'inclinaison générale de 12 mm par mètre de la 11<sup>e</sup> couche vers le nord nord-ouest, il a fallu pratiquer dans la marne des rigoles dont la profondeur atteignait 2,50 m en certains points. Ajoutons enfin que sa machine à colonne d'eau et son bassin étaient placés dans une cavité creusée dans la marne, en partie sous les gros piliers du puits n° 1... » (Braconnier, 1873c, p. 1).

On peut en déduire que le mur dans la partie centrale de la mine, au voisinage du pilier central, où l'on collectait les saumures produites, était particulièrement affecté :

« L'amollissement de la marne était encore facilité par les nombreuses excavations qui y étaient pratiquées [...]. C'est dans le voisinage du puits que ces excavations étaient surtout nombreuses et profondes ; c'est là aussi que la marne était soumise, depuis le plus longtemps, à l'influence de l'air et de l'eau. C'est donc là que sa cohésion avait disparu le plus complètement et sur la plus grande profondeur » (Anonyme, 1873, p. 625).

7.3.4

### Poinçonnement du mur marneux par les piliers

Quand elles sont détrempeées, les marnes du mur présentent une cohésion faible. Par contraste, les piliers de sel, qui sont peu chargés, comme on le vérifie

*a posteriori*, fluent lentement et peuvent être considérés comme rigides : l'enfoncement des piliers dans le mur peut être approché par le problème du poinçon rigide appliqué sur un demi-espace (visco-)plastique.

Pour calculer sa capacité portante, on a supposé que le mur marneux était constitué d'un matériau purement cohérent (pas d'angle de frottement) mais qu'il présentait une viscosité (matériau de Bingham). Outre que la viscosité régularise les calculs, on voulait décrire la cinématique de l'évolution, depuis l'ouverture de la mine jusqu'à l'effondrement. Pour un tel matériau, l'écoulement libre apparaît pour une valeur déterminée  $\omega = q/C$  du rapport entre la charge et la cohésion. Cette valeur est indépendante des caractéristiques élastiques et visqueuses du matériau et des dimensions du pilier ; elle dépend de la forme du pilier. Le cas du pilier cylindrique posé sur un demi-espace infini a été traité semi-analytiquement par Salençon et Matar (1982). Le rapport critique vaut environ  $\omega = q/C \approx 6$ . On a conduit des calculs numériques pour le cas des piliers minces toriques (les calculs numériques de l'évolution de la mine seront conduits avec l'hypothèse d'axisymétrie) ; une valeur comparable a été trouvée.

7.3.5

### Choix d'un comportement rhéologique des marnes du mur

Ces ordres de grandeur constituent un guide utile. Certains quartiers de la mine actuelle (le mur y est sec) ont été exploités avec un taux de défrètement de  $\tau = 75 \%$  et un recouvrement localement égal à  $H = 200 \text{ m}$ . On n'y a observé aucun signe de poinçonnement. Leur extension horizontale est suffisante pour que l'hypothèse de la charge tributaire y soit raisonnable, ce qui conduit à une estimation de  $q = \bar{\sigma}_{zz} = \gamma H / (1 - \tau) = 17,5 \text{ MPa}$  environ pour la contrainte verticale moyenne sur les piliers, de sorte que la cohésion des marnes sèches est supérieure à  $C = q/\omega \approx 3 \text{ MPa}$  (par ailleurs, l'existence d'un angle de frottement non nul est probable). Les marnes humides de Saint-Maximilien avaient manifestement une cohésion bien plus faible, mais celle-ci ne peut être estimée que par tâtonnements en effectuant le calcul complet de l'évolution de la mine et en cherchant à rester le plus proche des observations faites en 1873, notamment celles qui concernent les déplacements. On a essayé plusieurs valeurs et, comme indiqué plus loin, on a trouvé que  $C = 0,75 \text{ MPa}$  donnait un bon accord avec les observations faites en place.

Il serait certainement plus exact de faire dépendre la cohésion de la profondeur, de la distance au puits n° 1 et du temps, car la dégradation des marnes par l'eau n'a été ni uniforme ni instantanée. Mais, aucune description crédible du processus de dégradation n'étant disponible, on a jugé préférable de donner à la cohésion une valeur faible mais homogène – rendre le mur moins résistant sous le seul pilier central aurait pu par exemple sembler une façon de préjuger du mécanisme d'effondrement.

La viscosité était encore plus difficile à choisir. La viscosité du sel à température ambiante *sous faible charge* est de l'ordre de  $\mu = 10^{17} \text{ Pa.s}$  (Bérest *et al.*, 2005) et il fallait manifestement adopter une valeur plus basse pour les marnes qui se sont déformées bien plus vite que les piliers de sel. On a retenu  $\mu = 10^{15} \text{ Pa.s}$  ; des valeurs plus faibles encore ne changeaient pas qualitativement les résultats mais rendaient les calculs

très longs. Après la présente étude, il apparut que la valeur choisie n'était pas en désaccord avec les résultats d'essais de laboratoire postérieurs décrits par Boidin (2007).

### 7.3

## Comportement du toit

### 7.3.1

#### Raideur du sel et raideur du toit de sel

Le choix d'une cohésion faible des marnes du mur dégradées par l'eau implique que leur poinçonnement par les piliers peut survenir très tôt. Si le toit était extrêmement souple, la mine se fermerait complètement avant que l'effondrement ne devienne possible. S'il était extrêmement raide, on n'observerait guère de subsidence ni de convergence avant l'effondrement : le poinçonnement commencerait mais serait rapidement bloqué, seule une flèche très limitée du toit étant possible. On dispose de ce point de vue de quelques observations précieuses de Braconnier (voir paragraphe 4.1) qui établissent qu'à la veille de l'accident la subsidence était décimétrique et que près du pilier central la hauteur d'une galerie s'était réduite de 80 cm au moins.

La raideur globale du toit est une notion différente du module de la roche qui le constitue. En fait, si on assimile le sel au-dessus du quartier (sans pilier) à une plaque élastique circulaire encastrée de rayon  $R$ , de flèche  $u = u(r)$ , supportant une surcharge uniforme  $p$ , on peut définir son module global comme :

$$\frac{p}{u(0)} = \frac{64EI}{R^4} \quad (2)$$

Le toit devient donc beaucoup plus souple quand la mine s'élargit. L'inertie à la flexion  $I$  n'est pas facile à apprécier ; elle vaut en principe  $I = \eta^3/12$  pour une couche unique d'épaisseur  $\eta$  petite devant  $R$ . En fait il est fréquent qu'un toit soit composé d'une succession de couches raides séparées les unes des autres par des couches plus molles (argiles, marnes) qui n'offrent qu'une résistance très faible et permettent un glissement relatif aisé des couches raides les unes par rapport aux autres. Supposons que l'épaisseur totale soit composée de  $N$  couches raides d'épaisseur  $\eta/N$  séparées par des interlits très minces et très peu résistants. L'inertie globale est alors la somme des inerties des  $N$  couches,  $I(N) = N \times \eta^3/12N^3 = I(1)/N^2$ , donc bien plus faible que l'inertie d'une couche unique d'épaisseur  $\eta$ . Pour grossier qu'il soit, ce modèle montre que la raideur globale à la flexion d'un toit peut être beaucoup plus faible que l'impression tirée de la rigidité d'une éprouvette ne le suggère.

### 7.3.2

#### Les discontinuités du toit à Varangéville

La formation salifère contient un grand nombre de couches horizontales qui ont été décrites par les géologues (par exemple Marchal, 1983). La note aux *Annales des mines* (Anonyme, 1873) répertorie 10 couches marneuses qui séparent les 11 couches de sel entre le toit du sel et le niveau de la mine ; leur épaisseur varie de 0,5 m à 3 m. Braconnier (1873c) souligne, après sa seconde visite, que plusieurs minces couches marneu-

ses contenues dans le toit immédiat de la mine ont joué un rôle mécanique manifeste, puisque des fractures horizontales s'y sont développées pendant l'effondrement ; ces fractures, entre couches décollées du toit, sont bien visibles sur la figure 4. Plus inattendues dans une formation de sel en couche, on observe aussi, à la fois en 4<sup>e</sup> et 11<sup>e</sup> couches, de nombreuses discontinuités verticales, remplies de sel, de marnes et d'anhydrite. Le tracé d'au moins certaines d'entre elles est reporté sur le plan de la mine de la figure 1. Une description détaillée de ces fractures verticales, organisées suivant un réseau polygonal, est donnée par Robelin et Bonijoly (1990). Avant l'effondrement, on avait observé que « Un grand nombre de piliers carrés présentaient sur toute leur hauteur des fentes atteignant jusqu'à 5 cm [...] précisément dans les veines presque verticales de marnes qui traversent irrégulièrement la onzième couche » (Braconnier 1873c, p. 2). Dans la suite on montre que ces fractures ont été ouvertes pendant l'exploitation par les fortes contraintes horizontales engendrées par l'écoulement des marnes sous les piliers, lorsque ceux-ci ont commencé à poinçonner le mur.

Pour la modélisation numérique, une prise en compte détaillée de toutes ces discontinuités était évidemment hors d'atteinte ; une description simplifiée était nécessaire. Un modèle élastique orthotrope de révolution était une option intéressante, mais on a adopté une solution plus grossière en intercalant trois couches horizontales de « marnes » de 3 mètres d'épaisseur dans la masse de sel. Un plus grand nombre d'intercalations eût été plus réaliste, mais aurait conduit à un maillage très lourd, compte tenu du grand nombre de calculs nécessaires. On a donc complété « l'assouplissement » du toit en réduisant substantiellement la raideur du sel (et des marnes intercalées), avec l'inconvénient de mal respecter la raideur vraie pour les transformations autres que la flexion d'ensemble du toit.

### 7.3.3

#### Un modèle du toit

Pour estimer la raideur globale du toit ainsi constitué, on a effectué des calculs numériques (le détail du modèle est donné au paragraphe suivant) pour une « caverne » cylindrique de 160 m de rayon à 160 m de profondeur (c'est-à-dire sans piliers ; il est probable qu'une telle caverne ne serait pas stable, mais c'est la raideur du toit qui nous intéresse ici, et non pas sa résistance). On a examiné trois hypothèses :

- (1) le toit est « mou » (le module du sel est  $E = 1$  GPa et celui des marnes est  $E' = 0,5$  GPa) ;
- (2) le toit est « raide » ( $E = 5$  GPa et  $E' = 1$  GPa) et
- (3) le toit est « très raide » ( $E = 26$  GPa et il n'y a pas d'intercalations de marnes).

La flèche maximale du toit, prise au centre du quartier, était respectivement 74 cm, 28 cm et 10 cm. Il était clair que seul le toit « mou » pouvait pousser suffisamment les piliers dans le mur avant l'effondrement et rendre ainsi compte des convergences observées près du pilier central. Les calculs conduits ultérieurement (pour la mine complète avec ses piliers) montrent que la subsidence calculée avec l'hypothèse du toit « mou » était de 32 cm en 1873 (juste avant l'effondrement) et beaucoup moins avec les deux autres modèles et que le déplacement vertical du pilier central à la même période était de 40 cm, alors que le mur était remonté de 50 cm, d'après

les calculs, dans la galerie contiguë au pilier central, soit une convergence apparente de 90 cm, compatible avec les observations de l'époque, et qui donne à l'hypothèse « molle » une crédibilité. Néanmoins le modèle du toit, s'il fournit une description assez réaliste de la flexion du toit, ne peut avoir l'ambition de décrire le détail de son comportement mécanique.

8

## Calcul de l'évolution de la mine

8.1

### Le modèle

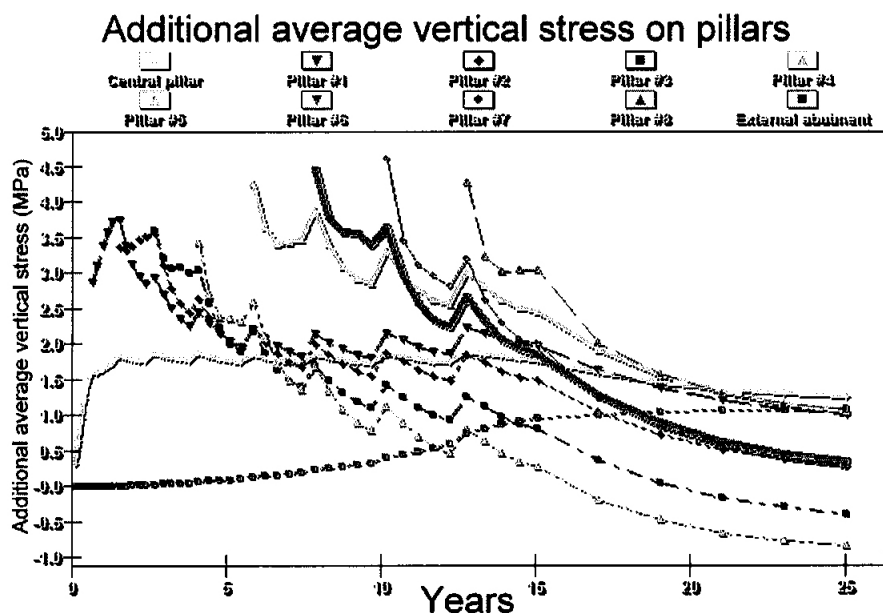
Le quartier réel comporte un pilier central de 29 m x 40 m et un grand nombre de petits piliers de 6 m x 6 m (Fig. 1). Le contour extérieur du quartier est approximativement un cercle de 160 m de côté. L'attention ne se porte pas sur le comportement individuel de chaque pilier – ce ne sont pas eux qui se sont rompus – mais plutôt sur le comportement d'ensemble du quartier, de sorte qu'on a adopté une description axi-symétrique simplifiée. Une contrainte importante était de respecter le taux de défrètement de  $\tau = 82\%$ . Les centaines de piliers de la mine réelle ont donc été remplacés par 8 « piliers » toriques de 2,87 m de largeur délimitant 9 « chambres » de 13,18 m de largeur, numérotées de 1 à 9 du centre du quartier vers l'extérieur. Le pilier rectangulaire central était remplacé par un pilier circulaire de rayon 21,37 m (cette description du quartier, et celle de la chronologie du creusement sont dues à Gérard Vouille, que les auteurs remercient). Le modèle complet du massif est un cylindre de 400 m d'épaisseur et 300 m de rayon. Sur sa base les déplacements verticaux et les cisaillements horizontaux sont nuls. Sur les côtés la contrainte géostatique est imposée. Les éléments sont des triangles à 6 nœuds ; dans la plupart des calculs on utilise 52 548 éléments (105 434 nœuds).

Le calcul numérique permet d'analyser les effets de la viscosité du sel et des marnes. Il faut donc tenir compte de la chronologie du creusement du quartier. Il est resté ouvert de 1855 (après le creusement du puits n° 1) à 1873 (date de l'effondrement). On a supposé qu'entre ces deux dates le tonnage annuel de sel extrait était constant, ce qui fixe la chronologie de l'ouverture des 9 chambres du modèle, le creusement de la dernière commençant peu après 12 ans et s'achevant à la quinzième année. On poursuit les calculs pendant 10 années supplémentaires (la mine réelle est alors effondrée) pour examiner les tendances de l'évolution.

8.2

### Évaluation des contraintes

Quand on ouvre les premières chambres, au voisinage du pilier central, la charge verticale portée par les piliers créés (dont le pilier central) croît depuis la pression géostatique  $-\gamma H = 3,5$  MPa à une profondeur de 150 m – jusqu'à une valeur plus grande qui est notamment influencée par le rayon atteint par le quartier. Dès lors que la cohésion sélectionnée pour les marnes du mur est faible, et que le toit modélisé est « mou », la capacité portante du mur (qui vaut 6 à 7 fois la cohésion) est rapidement dépassée et les piliers, dont le pilier central, commencent à poinçonner le mur. Chaque fois qu'une nouvelle chambre torique est ajoutée, un surcroît de charge s'applique immédiatement sur les piliers déjà créés (Fig. 6 ; la charge représentée est la charge additionnelle, qu'on doit ajouter à la pression géostatique initiale) mais il diminue rapidement : la viscosité des marnes du mur n'est pas considérable et permet une résorption relativement rapide de l'écart à la capacité portante (Fig. 6). La charge sur le pilier central reste toujours plus faible que celle qui s'exerce sur les petits piliers toriques ; inversement la contrainte verticale additionnelle sur le bord ferme – moyennée jusqu'à la limite extérieure du modèle – ne cesse de croître.



Charges verticales additionnelles supportées par les huit piliers du modèle et le bord ferme (contour extérieur de la mine) en fonction du temps après l'ouverture de la mine.  
Additional vertical loads on the pillars and external abutment as a function of time.