

Comportement mécanique à très long terme des mines et cavernes dans le sel gemme : loi de Norton-Hoff ou loi de Lemaître ?

P. BÉREST

M. KARIMI-JAFARI

Laboratoire
de Mécanique des solides
École polytechnique
91128 Palaiseau Cedex
Berest@
lms.polytechnique.fr

B. BROUARD

Brouard Consulting
101, rue du Temple
75003 Paris
Contact@
Brouard-Consulting.com

Résumé

Pour rendre compte de l'évolution observée pendant les essais de fluage réalisés au laboratoire sur des éprouvettes de sel gemme, deux modèles de comportement sont couramment utilisés : le modèle de Lemaître-Menzel-Schreiner (L-M-S) et le modèle de Norton-Hoff (N-H). Le premier suppose que la vitesse de déformation sous chargement constant décroît indéfiniment au cours du temps, alors que le second admet que cette vitesse tend vers une valeur constante. L'analyse des micromécanismes à l'origine des déformations penche en faveur de la loi de N-H ; en revanche les essais de laboratoire ne permettent pas de trancher entre les deux hypothèses, car les incertitudes dues aux fluctuations de la température, de l'hygrométrie ou de la charge appliquée sont du même ordre de grandeur que les vitesses observées en fin d'essai. Les observations faites dans des ouvrages souterrains intéressent parfois des durées plus longues, mais leur interprétation est compliquée par la géométrie de l'ouvrage, la présence de phases transitoires mécaniques bien plus longues que celles observées au laboratoire et le rôle que prennent les phénomènes autres que mécaniques. On montre pourtant qu'à long terme les deux modèles prédisent pour une caverne souterraine abandonnée des comportements qualitativement différents, ce qui suggère de retenir, au cas par cas, le modèle qui donne les prévisions les plus pessimistes.

Mots-clés : comportement mécanique du sel gemme, loi de fluage de Lemaître-Menzel-Schreiner, loi de fluage de Norton-Hoff, loi de fluage de Munson-Dawson.

Long term mechanical behaviour of salt mines and salt caverns : Norton-Hoff constitutive law versus Lemaître constitutive law

Abstract

In order to account for the results of creep tests performed on salt samples, two mechanical constitutive laws are considered: the Lemaître-Menzel-Schreiner (L-M-S) law and the Norton-Hoff (N-H) law. The former implies that the strain rate becomes constant some time after a constant load has been applied on the sample; the latter assumes that the strain rate gradually decreases and vanishes to zero after an infinite period of time. The analysis of the micro-physical processes in which deformation at sample scale originates supports the first assumption. However laboratory tests do not allow to discriminate these two assumptions, as uncertainties due to temperature, hygrometry or the applied load are of the same order of magnitude than the strain rates observed at the end of the test.

NDLR : Les discussions sur cet article sont acceptées jusqu'au 1^{er} septembre 2009.

Observations performed in underground mines or caverns can be significantly longer than laboratory tests; however they are difficult to interpret, as transient phases generally are much longer and various phenomena other than mechanical often play a significant role in the observed evolutions. However, in the long term, the two models lead to different prediction when long term behaviour of a cavern is considered which strongly suggests selection of the model whose predictions are more unfavourable.

Key words : mechanical behaviour of salt, Lemaitre-Menzel-Schreiner mechanical constitutive law, Norton-Hoff mechanical constitutive law, Munson-Dawson mechanical constitutive law.

1

Introduction

Dans les régions densément peuplées d'Europe, l'extraction à grande échelle du fer, du sel gemme, de la potasse, du charbon ou des hydrocarbures appartient largement au passé. Elle a laissé des vides souterrains dont la stabilité et l'étanchéité suscitent parfois des inquiétudes. De nouveaux projets sont apparus, dans lesquels le sous-sol est utilisé pour stocker ou enfouir des hydrocarbures, des déchets, radioactifs ou non, du dioxyde de carbone. Le public demande à juste titre que la sûreté de ces ouvrages, mines abandonnées ou stockages, soit assurée de façon certaine et, s'il y a lieu, pendant de très longues périodes de temps. Un exemple est constitué par l'abandon des mines sèches de sel (Bérest *et al.*, 2004) ou des cavités réalisées par dissolution dans une formation salifère (Bérest, 2008). Ce dernier sujet a suscité des recherches nombreuses, notamment celles coordonnées par un organisme qui rassemble la profession à l'échelle mondiale, le SMRI (Ratigan, 2003).

Un aspect important de ces recherches est le comportement mécanique à long terme (plusieurs siècles) des ouvrages abandonnés. La prévision est fondée sur l'observation des ouvrages et surtout sur l'extrapolation des résultats d'essais de laboratoire conduits pendant des durées inévitablement limitées (quelques mois à quelques années).

On observe que, lorsqu'une charge constante est appliquée sur une éprouvette de sel pendant plusieurs mois, la vitesse de déformation décroît régulièrement, quoique de plus en plus lentement. Il y a une vingtaine d'années certains auteurs ont conclu que cette vitesse devait s'annuler après un temps *fini*. Cette conclusion conduisait, du point de vue du dimensionnement des mines, à des propositions extrêmement optimistes, et contredites par les faits ; elle a été abandonnée. Aujourd'hui la plupart des auteurs estiment que, sous charge constante, la vitesse de déformation tend vers une valeur constante non nulle (Langer, 1984 ; Munson et Dawson, 1984 ; Lux et Heuserman, 1983 ; Cristescu et Hunsche, 1998). En France plusieurs auteurs considèrent au contraire que cette vitesse doit continuer à décroître pour s'annuler après un temps *infini* (Vouille *et al.*, 1984 ; voir aussi Aubertin *et al.*, 1998). Aït Chalal (1996) a montré que ces points de vue, illustrés par les lois de Munson-Dawson, d'une part, et Lemaitre-Menzel-Schreiner, d'autre part, permettaient, au prix d'un ajustement des paramètres des deux lois, des descriptions pratiquement indiscernables des résultats d'un essai de fluage multipaliers d'un mois et demi de durée. Durup et Xu (1996) arrivent à la même conclusion mais montrent que les deux descriptions conduisent à des résultats notablement différents lorsqu'on considère le comportement d'une caverne de stockage exploitée pendant 10 000 jours. Le présent article a pour objet de poursuivre cette discussion.

2

Essais de fluage sur des éprouvettes de sel

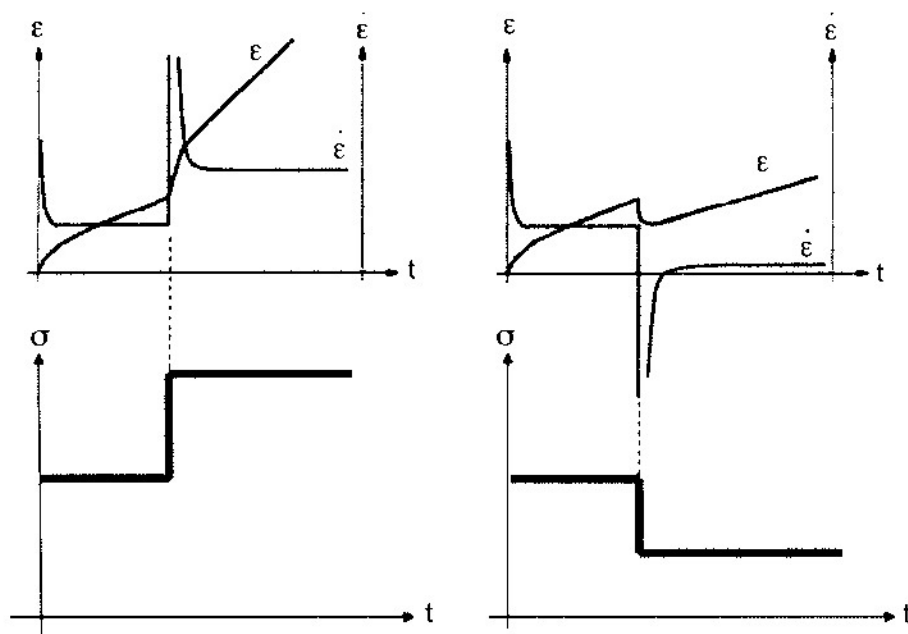
L'essai de fluage uniaxial consiste à appliquer sur une éprouvette cylindrique pendant une durée assez longue une force constante axiale (compression) et à mesurer l'évolution au cours du temps de la déformation axiale (variation relative de la hauteur) et de la déformation diamétrale (variation relative du diamètre). On s'efforce parfois (Wawersik et Preece, 1984) d'appliquer une contrainte axiale constante (en corrigeant la force appliquée de la variation d'aire de la section) mais c'est une procédure plus compliquée et dont on peut discuter le bien-fondé (la déformation diamétrale n'est pas toujours la même sur toute la hauteur de l'éprouvette). Elle a aussi l'inconvénient de compliquer la comparaison entre les résultats obtenus par des laboratoires différents.

Surtout lorsque les propriétés du matériau provenant d'un même horizon géologique varient sensiblement d'une éprouvette à l'autre, on effectue souvent des essais multipaliers en appliquant successivement des charges différentes, laissées constantes pendant chaque palier, afin d'étudier sur une même éprouvette l'effet de l'intensité de la charge appliquée en évitant la dispersion qui affecte les essais conduits sur des éprouvettes distinctes.

On peut également effectuer des essais de fluage dits triaxiaux en appliquant, en plus de la charge axiale, une pression de fluide dite « de confinement » transmise à la surface latérale de l'éprouvette par une membrane souple.

Dans le cas du sel gemme – sans doute la roche qui a fait l'objet du plus grand nombre d'expérimentations de laboratoire – (et aussi de la potasse) ces essais conduisent aux conclusions suivantes :

- 1) le comportement mécanique est en général isotrope (il ne dépend pas, ou faiblement, de l'orientation initiale au sein du massif de l'éprouvette prélevée). Ce résultat est toutefois inexact dans des gisements de sel en couche comportant de très nombreux lits de matériaux argileux ou anhydritiques ;
- 2) lorsqu'une charge est appliquée instantanément puis laissée constante sur une éprouvette, la déformation évolue au cours du temps : elle comporte une déformation élastique instantanée suivie d'une déformation différée qui s'effectue à vitesse décroissante ;
- 3) hormis la déformation élastique initiale, la transformation s'effectue à volume constant à condition que l'état de contrainte appliqué reste à l'intérieur d'un domaine de l'espace des contraintes dit « domaine contractant » (Spiers *et al.*, 1988). Le domaine contractant est limité par le critère d'apparition de la dilatance. Ce domaine contient les états de contrainte isotropes.



Fluage transitoire pendant un essai uniaxial : cas de l'accroissement de charge (gauche) et de la réduction de charge (droite) ; ϵ est la valeur absolue de la déformation axiale.
 Transient creep during a uniaxial creep test : load increase (left) and load decrease (right) ; ϵ is the absolute (positive) axial strain.

Une expression très simple pour l'étendue du domaine contractant a été proposée par Ratigan *et al.* (1991), $\sqrt{J_2} < C|I_1|$ où J_2 est le second invariant du tenseur déviateur des contraintes, I_1 est le premier invariant du tenseur des contraintes (en général $I_1 < 0$, les contraintes dans le massif rocheux étant des compressions) et C est une constante pour un sel donné, $C = 0,27$ pour les sels du Golfe du Mexique (des expressions plus précises, tenant compte de la distinction extension-compression et du cas particulier des charges uniaxiales, ont été proposées par DeVries *et al.* (2003). Quand le critère de dilatance est dépassé, la vitesse du son chute, la perméabilité et la porosité augmentent, la résistance diminue (Popp *et al.*, 2007) ;

4) dans le domaine contractant, la déformation obtenue pour un chargement donné ne dépend que de l'écart entre la contrainte axiale appliquée et la contrainte de confinement ; autrement dit, pour le chargement considéré, elle ne dépend que du second invariant du tenseur déviateur des contraintes, qui coïncide dans ce cas avec cet écart ;

5) si on se place à des temps identiques (et suffisamment longs) après le début d'essais de fluage réalisés sous des charges mécaniques différentes, la vitesse de déformation varie comme l'écart entre la charge axiale appliquée et la contrainte de confinement élevé à une puissance de l'ordre de $n = 3$ à 6 suivant le sel considéré (Brouard et Bérest, 1998) ;

6) la vitesse de déformation croît très vite avec la température de l'éprouvette ;

7) un changement de palier avec augmentation de la force appliquée engendre d'abord, hormis une (petite) déformation élastique instantané, des vitesses de déformation rapides qui décroissent progressivement pour atteindre, après des temps comparables, des valeurs plus grandes que lorsque la force appliquée était plus faible ;

8) un changement de palier avec diminution de la force appliquée engendre d'abord, si la diminution est suffisamment importante (-30% typiquement), un accroissement de hauteur de l'éprouvette (« fluage inverse »). Après un certain temps la vitesse de déformation change de signe pour atteindre des valeurs plus faibles, après des temps comparables, que lorsque la charge appliquée était plus grande.

Dans la décennie 1970-1980, certains auteurs ont cru pouvoir conclure que, non seulement la vitesse de déformation sous charge constante était décroissante, mais que de plus, au cours d'un essai de laboratoire comme dans un ouvrage souterrain, la déformation tendait à long terme vers une valeur finie. Le sel était donc, dans cette conception, un solide visqueux plutôt qu'un fluide. Cette thèse, parfois dite du *strain-hardening*, est illustrée par un article de Scrata (1968, p. 305), cité par Baar (1977) : « Any opening made in a salt media at a depth below 3000 ft (900 m) will suffer a large amount of plastic closure. However, regardless of the initial rate of closure, the creep rate also decreases exponentially to virtually zero as the opening reaches a stable condition ». Cette thèse a été critiquée par plusieurs auteurs (Langer, 1984), parfois avec une certaine virulence (Baar, 1977) : d'une part, elle est infirmée par les essais même très longs, d'autre part, elle n'est pas confirmée par les observations faites dans les mines où les piliers des quartiers exploités par chambres et piliers continuent à se déformer plusieurs décennies ou même plus d'un siècle après qu'ils ont été ouverts. De plus un tel point de vue conduisait à justifier un dimensionnement très optimiste des mines, « rock mechanics is not a magic wand which can be waved over a 50-ft pillar to turn it into a 150-ft pillar » (Abel, 1970, p. 207). Ce point de vue est abandonné aujourd'hui et tous les auteurs contemporains considèrent le sel comme un fluide visqueux (non newtonien et thermo-sensible) (Tijani *et al.*, 1983).

Description des essais uniaxiaux et écriture d'une loi de comportement

3.1

Description des essais uniaxiaux

On s'intéresse surtout par la suite à la description de la déformation observée au cours du temps lors d'un essai uniaxial d'un seul palier et de durée assez longue (plusieurs mois). La déformation thermo-élastique peut être décrite comme (les contraintes de compression sont négatives) :

$$\begin{aligned}\epsilon_{11}^e + \epsilon_{11}^p &= \sigma / E + \alpha_m T \\ \epsilon_{22}^e + \epsilon_{22}^p &= \epsilon_{33}^e + \epsilon_{33}^p = -\nu \sigma / E + \alpha_p T\end{aligned}$$

où σ est la contrainte appliquée dans la direction 1, E , ν sont le module d'élasticité et le coefficient de Poisson, α_m , α_p est le coefficient de dilatation thermique linéaire, T est la température (absolue). Cette formulation doit être complétée par une description de la déformation viscoplastique. Deux types de description sont couramment utilisés :

□□□□□□

Description de Lemaître-Menzel-Schreiner (L-M-S)

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon} &= \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p + \dot{\epsilon}^{vp} \\ \dot{\epsilon}_{11}^{vp} &= -A^* (T, \Phi) |\sigma|^n t^{\alpha^*} \\ \dot{\epsilon}_{22}^{vp} + \dot{\epsilon}_{33}^{vp} + \dot{\epsilon}_{33}^{ep} &= 0\end{aligned}\quad (1)$$

où t est le temps et Φ est l'hygrométrie relative ambiante (quand l'éprouvette n'est pas isolée de l'atmosphère de la pièce). Pour exprimer la dépendance de A^* avec la température, à Φ constant, on utilise souvent l'expression : $A^* = A_0 \exp(-Q/RT)$.

□□□□□□

Description de Norton-Hoff (N-H)

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon} &= \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p + \dot{\epsilon}^{vp} \quad (1) \\ \dot{\epsilon}_{11}^{vp} &= -A (T, \Phi) |\sigma|^n \\ \dot{\epsilon}_{22}^{vp} + \dot{\epsilon}_{33}^{vp} + \dot{\epsilon}_{33}^{ep} &= 0\end{aligned}\quad (2)$$

La description de L-M-S décrit la totalité du comportement viscoplastique au moyen de trois constantes seulement, A^* , n^* et α^* (pour une évolution isotherme). La description de N-H utilise deux constantes (A et n) mais elle ne décrit que le fluage établi et il est nécessaire de la compléter par une formulation de l'évolution transitoire initiale (ou $\dot{\epsilon}_{11}^{vp}$). La différence essentielle est que L-M-S prédit une diminution indéfinie – quoique progressivement très lente, car $\alpha^* < 1$ – de la vitesse de déformation, alors que N-H prédit que la vitesse de déformation tend vers une valeur constante pour un essai dans lequel la contrainte appliquée (et les autres paramètres qui peuvent influencer la vitesse) restent constants. L'article est consacré à une comparaison de ces deux hypothèses.

3.2

Formulation d'une loi de comportement

Les relations proposées plus haut décrivent un essai particulier mais ne constituent pas un modèle de comporte-

ment. La description de L-M-S fait intervenir explicitement le temps : elle est donc relative à un choix de l'instant initial. Les deux descriptions concernent un essai dans lequel l'état de contrainte est uniforme dans l'éprouvette et invariable au cours du temps. Il faut étendre ces descriptions à des situations moins particulières. Pour cela, on dispose des observations faites pendant les essais et de quelques guides heuristiques. Le matériau étant supposé isotrope, la vitesse de déformation viscoplastique ne peut dépendre du tenseur des contraintes que par l'intermédiaire des trois invariants scalaires de celui-ci. On suppose aussi qu'il existe un potentiel viscoplastique : le tenseur des vitesses de déformation est proportionnel à une dérivée d'un potentiel par rapport à l'état de contrainte. Cette hypothèse présente l'avantage de fournir un certain nombre de résultats généraux sur les évolutions de structures réalisées dans ce matériau. Ce potentiel viscoplastique ne peut dépendre du premier invariant du tenseur des contraintes, ou I_1 , puisque les déformations se font à volume constant. Il ne dépend donc que des invariants J_2 et J_3 du tenseur déviateur des contraintes. On suppose en général qu'il ne dépend que de l'invariant J_2 . C'est évidemment une hypothèse assez forte (A la suite d'un essai *in situ* effectué avec un grand soin sur un piler dans une chambre souterraine du WIPP, au Nouveau-Mexique, dont les résultats s'écartaient notablement des prévisions, cette hypothèse avait été réexaminée. Des essais de laboratoire sur tube, dans lesquels l'état de contrainte n'est pas homogène, et qui permettent donc de mieux discriminer les lois de comportement proposées pour rendre compte des essais, avaient permis de montrer qu'un potentiel construit à partir du critère de Tresca – plutôt que du critère de Von Mises, qui ne dépend que de l'invariant J_2 – donnait un meilleur accord avec les observations (Munson et Fossum, 1989). Toutefois, cette formulation, plus délicate à mettre en œuvre dans les calculs numériques, n'est guère utilisée). Les formulations les plus souvent retenues sont le modèle de Lemaître-Menzel-Schreiner et le modèle de Norton-Hoff.

□□□□□□

Modèle de Lemaître-Menzel-Schreiner

Le temps est éliminé entre la déformation et la vitesse de déformation en introduisant une variable interne notée ζ :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \frac{\partial}{\partial t} (\zeta^{\alpha^*}) \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} (\sqrt{3J_2}) \quad \zeta = (A^{n^*/\alpha^*} \sqrt{3J_2})^{1/\alpha^*} \quad (3)$$

□□□□□□

Modèle de Norton-Hoff

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = A (\sqrt{3J_2})^n \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} (\sqrt{3J_2}) \quad (4)$$

Cette loi est un cas particulier de la loi de Lemaître quand $\alpha^* = 1$.

□□□□□□

Modèle de Munson-Dawson

Comme la loi de N-H ne décrit que la déformation viscoplastique stationnaire, elle doit être complétée par une formulation de la déformation viscoplastique transitoire. Un exemple est la loi de Munson-Dawson (1984) :

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_{ij}^{tr} &= (F - 1) \dot{\epsilon}_{ij}^{ss} \\ F &= e^{A(1-\alpha^*)J_2^{\alpha^*}} \quad \text{si } \zeta \leq \epsilon_i^* \\ F &= e^{-B(1-\alpha^*)\zeta/\epsilon_i^*} \quad \text{si } \zeta \geq \epsilon_i^*\end{aligned}$$

Description des essais uniaxiaux et écriture d'une loi de comportement

3.1

Description des essais uniaxiaux

On s'intéresse surtout par la suite à la description de la déformation observée au cours du temps lors d'un essai uniaxial d'un seul palier et de durée assez longue (plusieurs mois). La déformation thermo-élastique peut être décrite comme (les contraintes de compression sont négatives) :

$$\begin{aligned}\epsilon_{11}^d + \epsilon_{11}^{th} &= \sigma / E + \alpha_{th} \bar{T} \\ \epsilon_{22}^d + \epsilon_{22}^{th} &= \epsilon_{33}^d + \epsilon_{33}^{th} = -\nu \sigma / E + \alpha_{th} \bar{T}\end{aligned}$$

où σ est la contrainte appliquée dans la direction 1, E , ν sont le module d'élasticité et le coefficient de Poisson, α_{th} est le coefficient de dilatation thermique linéaire, \bar{T} est la température (absolue). Cette formulation doit être complétée par une description de la déformation viscoplastique. Deux types de description sont couramment utilisés :

3.1.1

Description de Lemaître-Menzel-Schreiner (L-M-S)

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon} &= \dot{\epsilon}^el + \dot{\epsilon}^{th} + \dot{\epsilon}^{vp} \\ \dot{\epsilon}_{11}^{vp} &= -A^* (T, \Phi) |\sigma|^{n^*} t^{\alpha^*} \\ \dot{\epsilon}_{11}^{vp} + \dot{\epsilon}_{22}^{vp} + \dot{\epsilon}_{33}^{vp} &= 0\end{aligned}\quad (1)$$

où t est le temps et Φ est l'hygrométrie relative ambiante (quand l'éprouvette n'est pas isolée de l'atmosphère de la pièce). Pour exprimer la dépendance de A^* avec la température, à Φ constant, on utilise souvent l'expression : $A^* = A_0^* \exp(-Q/RT)$.

3.1.2

Description de Norton-Hoff (N-H)

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon} &= \dot{\epsilon}^el + \dot{\epsilon}^{th} + \dot{\epsilon}^{vp} (+\dot{\epsilon}_v^{vp}) \\ \dot{\epsilon}_{ss,11}^{vp} &= -A (T, \Phi) |\sigma|^n \\ \dot{\epsilon}_{ss,11}^{vp} + \dot{\epsilon}_{ss,22}^{vp} + \dot{\epsilon}_{ss,33}^{vp} &= 0\end{aligned}\quad (2)$$

La description de L-M-S décrit la totalité du comportement viscoplastique au moyen de trois constantes seulement, A^* , n^* et α^* (pour une évolution isotherme). La description de N-H utilise deux constantes (A et n) mais elle ne décrit que le fluage établi et il est nécessaire de la compléter par une formulation de l'évolution transitoire initiale (ou $\dot{\epsilon}_v^{vp}$). La différence essentielle est que L-M-S prédit une diminution indéfinie - quoique progressivement très lente, car $\alpha^* < 1$ - de la vitesse de déformation, alors que N-H prédit que la vitesse de déformation tend vers une valeur constante pour un essai dans lequel la contrainte appliquée (et les autres paramètres qui peuvent influencer la vitesse) restent constants. L'article est consacré à une comparaison de ces deux hypothèses.

3.2

Formulation d'une loi de comportement

Les relations proposées plus haut décrivent un essai particulier mais ne constituent pas un modèle de comporte-

ment. La description de L-M-S fait intervenir explicitement le temps : elle est donc relative à un choix de l'instant initial. Les deux descriptions concernent un essai dans lequel l'état de contrainte est uniforme dans l'éprouvette et invariable au cours du temps. Il faut étendre ces descriptions à des situations moins particulières. Pour cela, on dispose des observations faites pendant les essais et de quelques guides heuristiques. Le matériau étant supposé isotrope, la vitesse de déformation viscoplastique ne peut dépendre du tenseur des contraintes que par l'intermédiaire des trois invariants scalaires de celui-ci. On suppose aussi qu'il existe un potentiel viscoplastique : le tenseur des vitesses de déformation est proportionnel à une dérivée d'un potentiel par rapport à l'état de contrainte. Cette hypothèse présente l'avantage de fournir un certain nombre de résultats généraux sur les évolutions de structures réalisées dans ce matériau. Ce potentiel viscoplastique ne peut dépendre du premier invariant du tenseur des contraintes, ou I_1 , puisque les déformations se font à volume constant. Il ne dépend donc que des invariants J_2 et J_3 du tenseur déviateur des contraintes. On suppose en général qu'il ne dépend que de l'invariant J_2 . C'est évidemment une hypothèse assez forte (A la suite d'un essai *in situ* effectué avec un grand soin sur un piler dans une chambre souterraine du WIPP, au Nouveau-Mexique, dont les résultats s'écartaient notablement des prévisions, cette hypothèse avait été réexaminée. Des essais de laboratoire sur tube, dans lesquels l'état de contrainte n'est pas homogène, et qui permettent donc de mieux discriminer les lois de comportement proposées pour rendre compte des essais, avaient permis de montrer qu'un potentiel construit à partir du critère de Tresca - plutôt que du critère de Von Mises, qui ne dépend que de l'invariant J_2 - donnait un meilleur accord avec les observations (Munson et Fossum, 1989). Toutefois, cette formulation, plus délicate à mettre en œuvre dans les calculs numériques, n'est guère utilisée). Les formulations les plus souvent retenues sont le modèle de Lemaître-Menzel-Schreiner et le modèle de Norton-Hoff.

3.2.1

Modèle de Lemaître-Menzel-Schreiner

Le temps est éliminé entre la déformation et la vitesse de déformation en introduisant une variable interne notée ζ :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \frac{\partial}{\partial t} (\zeta^{\alpha^*}) \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} (\sqrt{3J_2}) \quad \zeta = (A^{*1/n^*} \sqrt{3J_2})^{n^* \alpha^*} \quad (3)$$

3.2.2

Modèle de Norton-Hoff

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{ss} = A (\sqrt{3J_2})^n \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} (\sqrt{3J_2}) \quad (4)$$

Cette loi est un cas particulier de la loi de Lemaître quand $\alpha^* = 1$.

3.2.3

Modèle de Munson-Dawson

Comme la loi de N-H ne décrit que la déformation viscoplastique stationnaire, elle doit être complétée par une formulation de la déformation viscoplastique transitoire. Un exemple est la loi de Munson-Dawson (1984) :

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_{ij}^{tr} &= (F - 1) \dot{\epsilon}_{ij}^{ss} \\ F &= e^{\delta(1-\zeta/\epsilon_i)^2} \quad \text{si } \zeta \leq \epsilon_i^* \\ F &= e^{-\delta(1-\zeta/\epsilon_i)^2} \quad \text{si } \zeta \geq \epsilon_i^*\end{aligned}$$

d'une caverne de forme sphérique, de rayon a , soumise à la pression intérieure P_c et réalisée à une profondeur telle que l'état de contrainte naturel y est isotrope et égal à $\sigma_{ij}^0 = -P_\infty \delta_{ij}$. On a d'abord :

$$\begin{aligned} \sigma_r > \sigma_{\theta\theta} &= \sigma_{\varphi\varphi} \\ \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2}{r}(\sigma_r - \sigma_{\theta\theta}) &= 0 \\ \sigma_r(\infty) = -P_\infty \quad \sigma_r(a) &= -P_\infty + (P_\infty - P_c)H(t) \end{aligned} \quad (6)$$

La première équation est une conséquence de la forme du chargement, et notamment de la condition $P_c < P_\infty$; la seconde relation est l'équation d'équilibre ; la troisième décrit les conditions à la limite. On doit de plus exprimer la loi de comportement élasto-viscoplastique. Du fait de la symétrie sphérique, les équations dans les deux directions orthoradiales sont identiques. Dans le cas de la loi de Norton-Hoff on a :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{u}}{\partial r} &= \frac{1}{E}(\dot{\sigma}_r - 2\nu\dot{\sigma}_{\theta\theta}) + A(\sigma_r - \sigma_{\theta\theta})^n \\ \frac{\dot{u}}{r} &= \frac{1}{E}\{(1-\nu)\dot{\sigma}_{\theta\theta} - \nu\dot{\sigma}_r\} - \frac{A}{2}(\sigma_r - \sigma_{\theta\theta})^n \end{aligned} \quad (7)$$

La solution stationnaire de ce problème pour les contraintes, atteinte après un temps très long sous chargement constant, peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -P_\infty + (P_\infty - P_c)\left(\frac{a}{r}\right)^{3/n} \\ \sigma_{\theta\theta} &= -P_\infty + \left(1 - \frac{3}{2n}\right)(P_\infty - P_c)\left(\frac{a}{r}\right)^{3/n} \\ \sqrt{3J_2} &= 3(P_\infty - P_c)\left(\frac{a}{r}\right)^{3/n} / 2n \\ \dot{V} / V \Big|_{t \rightarrow \infty} &= -3 \frac{\dot{u}}{r} = -\frac{3}{2} A \left[\frac{3}{2n} (P_\infty - P_c) \right]^n \end{aligned} \quad (8)$$

où V est le volume de la caverne.

4.2

Conséquences pour un programme d'essais de laboratoire

Il est intéressant de comparer la solution viscoplastique *stationnaire* (avec $n > 1$) avec la solution élastique (obtenue en faisant $n = 1$), car cette dernière donne la distribution *initiale* de contraintes dans le cas limite d'une création très rapide de la caverne (à l'instant initial, la pression dans la caverne passe instantanément de $P = P_\infty$ à $P = P_c < P_\infty$) :

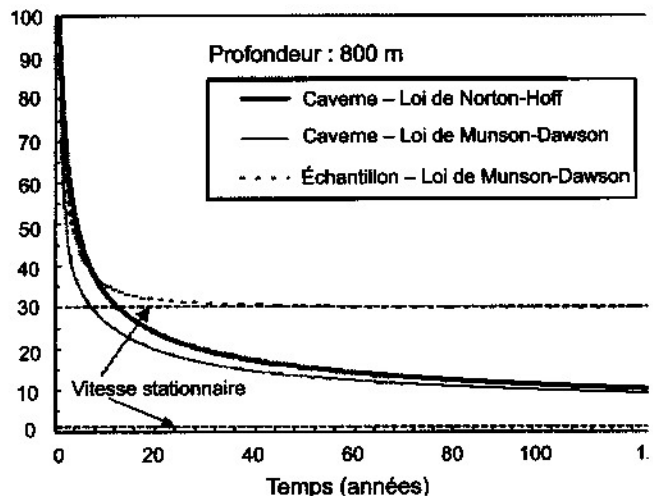
- les perturbations à l'état naturel de contrainte, induites par le creusement de la cavité, s'étendent beaucoup plus profondément au sein du massif dans le cas viscoplastique que dans le cas élastique (l'exposant du rayon est $-3/n$ au lieu de -3 , et n vaut typiquement de 3 à 6) ;

- pour une valeur fixée du rayon, le second invariant du tenseur des contraintes est divisé par un facteur n . Les contraintes déviatoriques sont donc nettement plus faibles que dans la solution élastique. Par exemple dans le cas d'une cavité creusée à 1 000 m de profondeur et remplie de saumure, la pression géostatique est $P_\infty = 22$ MPa et la pression halmostatique dans la caverne est $P_c = 12$ MPa. Dans un massif élastique, la contrainte déviatorique à la paroi serait $\sqrt{3J_2(a)} = 15$ MPa ; dans un massif de Norton-Hoff avec $n = 3$, cette contrainte ne vaut plus, pour la solution stationnaire, que $\sqrt{3J_2(a)} = 5$ MPa.

Le programme expérimental doit privilégier l'étude des effets de ces contraintes modérées. Les essais réalisés avec des valeurs plus élevées du déviateur ne sont toutefois pas inutiles, puisque de telles valeurs sont représentatives de l'évolution transitoire de la caverne, évolution qui peut être longue.

4.3

Caractéristiques de l'épisode transitoire



Comparaison de la durée des transitoires pour une éprouvette de laboratoire et pour une caverne souterraine (d'après Karimi-Jafari, 2007).

Comparison of the transient period duration during a laboratory test and in an actual underground cavern (after Karimi-Jafari, 2007).

4.3.1

Vitesse initiale de convergence

Pour une caverne dont la pression intérieure est laissée constante au cours du temps, l'épisode transitoire compris entre la création de la caverne et le moment où la distribution stationnaire de contraintes est atteinte doit être discuté car il couvre pratiquement toute la durée de vie de l'ouvrage avant son abandon. On peut remarquer d'abord que, pour la loi de N-H, il existe un potentiel ψ pour les déformations viscoplastiques :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = A(\sqrt{3J_2})^n \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}}(\sqrt{3J_2}) = \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} \left[A \frac{1}{n+1} (\sqrt{3J_2})^{n+1} \right] = \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} \psi(J_2) \quad (9)$$

On considère alors pour une évolution isotherme l'intégrale étendue à la totalité du massif :

$$\int_{\Omega} \dot{\sigma}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} \dot{\sigma}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p d\Omega + \int_{\Omega} \frac{d\psi}{dt} d\Omega \quad (10)$$

On montre facilement par une intégration par parties que l'intégrale de gauche est nulle, puisque les conditions en contrainte à la limite du domaine d'intégration sont invariables et que l'équation d'équilibre est évidemment vérifiée à tout instant. Or la première intégrale du membre de droite est manifestement positive ou nulle, de sorte que la seconde intégrale est négative ou nulle ; ψ étant une fonction croissante du déviateur, celui-ci ne peut que décroître *au moins en moyenne dans tout le massif*. La démonstration s'étend au cas de L-M-S et de N-H complété par M-D.

On peut être un peu plus précis dans le cas d'une caverne sphérique lorsqu'on choisit pour simplifier $\nu = 1/2$ (incompressibilité élastique) car on a alors $\dot{u}/r = \dot{a}a^2/r^3$ et la troisième relation du système (7) prend la forme :

$$\frac{a^2 \dot{a}}{r^3} = -\frac{1}{2E}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) - \frac{A}{2}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^n \quad (11)$$

Mais, à l'instant initial, le déviateur de contrainte suit la distribution élastique :

$$\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}|_{t=0} = \frac{3}{2}(P_\infty - P_c) \frac{a^3}{r^3} \quad (12)$$

De sorte qu'on peut, compte tenu de la condition d'équilibre, intégrer (11) à l'instant initial par rapport à r entre l'infini et le rayon courant r . En particulier en choisissant $r = a$, où la contrainte radiale est égale au signe près à la pression intérieure invariable dans la caverne, on peut calculer la vitesse de convergence initiale :

$$\dot{V}/V|_{t=0} = 3\dot{a}/a|_{t=0} = -\frac{3}{2n} A \left[\frac{3}{2}(P_\infty - P_c) \right]^n \quad (-n^{-1} \dot{V}/V|_{t=0})$$

Celle-ci est beaucoup plus rapide que la vitesse de convergence associée à la solution stationnaire. Pendant l'épisode transitoire, cette vitesse diminue et la distribution de contrainte évolue de la distribution élastique initiale vers la distribution stationnaire.

Revenant alors au cas du point courant r , il est facile de voir que le déviateur des contraintes décroît à l'instant initial entre $r = a$ et $r = an^{\frac{1}{3(n-1)}}$ et qu'il croît au-delà, comme le laisse d'ailleurs attendre la comparaison des déviateurs calculés pour l'état stationnaire et pour l'état élastique initial, respectivement. La démonstration s'étend facilement au cas de N-H complété par M-D, au moins dans le cas particulier où $\beta = 0$.

4.3.2

Durée de l'épisode transitoire

A la fois pour le comportement de N-H et pour le comportement de L-M-S, Nguyen Minh et Pouya (1992) ont étudié l'évolution transitoire dans le cas d'une cavité sphérique soumise à une pression intérieure constante. Karimi-Jafari (2007) a examiné le cas de cavernes de forme quelconque. Ils ont établi que, pour les deux types de comportement, la solution « stationnaire » ou « établie » n'est atteinte qu'après un temps très long. La figure 2 donne un exemple. On a représenté l'évolution de la vitesse de déformation axiale d'une éprouvette sur laquelle une charge de $\sigma = -8$ MPa était appliquée, pour la loi de N-H complétée par la modélisation du fluage transitoire de M-D. Pour la même loi de comportement on a représenté la vitesse de variation du volume relatif d'une caverne creusée à 800 mètres de profondeur et dans laquelle s'applique la pression halmostatique (en d'autres termes l'écart entre la pression géostatique et la pression dans la caverne est $P_\infty - P_c = 8$ MPa). On a également représenté la solution du même problème quand la loi de N-H n'est pas complétée par la formulation de M-D (aucun transitoire rhéologique n'est alors pris en compte). Les valeurs du module élastique et du coefficient de Poisson sont les mêmes pour tous les modèles, $E = 25\,000$ MPa et $\nu = 0,25$. Les paramètres du modèle de N-H sont $A = 2 \times 10^{-11}$ /MPa⁴/jour et $n = 4$; les paramètres du modèle transitoire de M-D sont $m = 3$, $K_0 e^{cT} = 10^{-7}$ /MPa³, $\delta = 0,58$, et $\alpha = \Delta = 10$.

On observe d'abord que l'épisode transitoire initial est beaucoup plus court pour l'éprouvette que pour la caverne ; il dure une quarantaine d'années pour l'éprouvette et plusieurs siècles pour la cavité. Dans le cas de la loi de N-H seule, il n'y aurait pas d'épisode transitoire pour une éprouvette alors qu'il en existe dans le cas de la caverne. Autrement dit, pour les temps courts, le choix de la loi rhéologique stationnaire de N-H conduit à un comportement non stationnaire d'une structure telle qu'une cavité souterraine. Ce phénomène est appelé « transitoire géométrique », parce qu'il tient à la lente redistribution des contraintes au sein du massif, par opposition au « transitoire rhéologique », qui tient à l'introduction d'une composante transitoire dans l'écriture du modèle de comportement (Karimi-Jafari, 2007). On remarque aussi que, passé le premier siècle, il n'y a pas de différence très notable entre les évolutions de la caverne pour la loi de N-H et pour la loi de N-H complétée par M-D.

4.4

Effets des grandes variations de volume

On a vu qu'aux temps courts, l'évolution du volume de la caverne est transitoire, même si l'on retient le modèle de N-H. Considérons maintenant les temps très longs : si la cavité est un tant soit peu profonde, les déformations cumulées sont importantes et on ne peut se satisfaire de l'hypothèse des petites transformations. L'équation (8) doit alors être intégrée en tenant compte des modifications du volume de la cavité soit :

$$V(t)/V(0) = \exp\left\{-\frac{3}{2} A \left[\frac{3}{2}(P_\infty - P_c) \right]^n t\right\} \quad (13)$$

et, si la distribution de contrainte reste stationnaire, la vitesse de diminution du volume est une fonction décroissante du temps.

Le comportement mécanique d'une cavité souterraine présente donc certains caractères qualitatifs qui le distinguent du comportement d'une éprouvette de laboratoire ; ce point sera repris au paragraphe 6.

5

Apport des essais de laboratoire

Les essais de fluage au laboratoire durent en général de trois mois à un an. Lorsqu'il s'agit d'essais multiplicatifs, la durée de chaque palier est de l'ordre de un à deux mois. Pour de telles durées, la vitesse de déformation est constamment décroissante. Ceci ne peut constituer en soi seul un argument décisif en faveur du modèle L-M-S. En effet le modèle de N-H doit être complété par une description du comportement transitoire rhéologique telle que celle de Munson-Dawson ; celle-ci prévoit aussi que l'épisode transitoire qui suit une modification de la contrainte appliquée a une durée au moins de l'ordre de celle de l'essai.

5.1

Changement de forme de l'éprouvette

L'éprouvette utilisée pour les essais est soigneusement rectifiée ; sa forme initiale est cylindrique, et on peut attendre que l'état de contrainte soit homogène dans l'éprouvette, au moins à une échelle supérieure à celle des grains. Toutefois, lorsque les déforma-